

Devoir surveillé n° 2

durée : 1h

Exercice 1 : (13 points) Études de fonctions polynômes, résolution approchée d'équation

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm sur Ox et 1 cm sur Oy .

– Partie A – Étude d'une fonction polynôme de degré 2 –

On note C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-3, 4]$ par

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 1.$$

1. a) Déterminer f' , la fonction dérivée de f .
 b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in [-3; 4]$.
 c) En déduire le tableau de variation de f sur $[-3; 4]$.
2. Déterminer une équation de T , la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -1 .
3. Tracer la tangente T puis la courbe C_f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

– Partie B – Étude d'une fonction polynôme de degré 3 –

On considère C_g , la courbe représentative de la fonction g définie sur $[-3, 4]$ par

$$g(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 1.$$

1. a) Déterminer la fonction dérivée g' .
 b) Expliquer pourquoi $g'(x)$ est du signe de $-x^2 + x + 2$.
 c) Étudier le signe de $g'(x)$. En déduire le tableau de variation de g sur $[-3, 4]$.
2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et C_g .
3. Tracer la courbe C_g dans le repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 2 : (5 points) Calcul de fonctions dérivées

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la fonction dérivée sur les intervalles où elle est définie.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = 2x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3} & \text{b) } g(x) = \frac{2}{4-x} + \frac{4-x}{2} \\ \text{c) } h(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + x + 2} & \end{array}$$

Exercice 3 : (2 points) Nombre dérivé et équation de tangente

Soit f une fonction. Sachant que

$$f(-2) = 1 \quad \text{et} \quad f'(-2) = 1,$$

déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -2 .