Suites numériques – Suites arithmétiques

Exercice 1 : Représentation graphique d'une suite

On considère la suite numérique définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$.

Représenter la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sur l'intervalle $[0; 10]$.

Exercice 2 : Représentation graphique d'une suite

On considère la suite numérique définie pour tout entier non nul $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{1}{n}$.

Représenter la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sur l'intervalle $[1; 10]$.

Exercice 3 : Représentation graphique d'une suite définie par récurrence

On considère la suite numérique définie pour tout entier non nul $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$u_0 = -2 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$$

Représenter la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sur l'intervalle $[0; 10]$.

Exercice 4 : Montrer qu'une suite est arithmétique

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Montrer que la suite définie par $u_n = -1 + n$ est arithmétique et déterminer sa raison.

Exercice 5 : Une suite arithmétique

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par :

$$u_n = -5 + \frac{n}{2}.$$

1. Calculer u_0, u_1 u_2.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique et préciser sa raison.

Exercice 6 : Croissance arithmétique d'un chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires du rayon petit outillage d'un magasin s'accroît tous les ans de 50 000 F.

En 1997, le chiffre d'affaires était de 500 000 F.

On note $C_0 = 500\,000$ et C_n le chiffre d'affaires au cours de l'année $1997 + n$.

1. Donner pour tout entier n l'expression de C_{n+1} en fonction de C_n.
2. *a*) En déduire que les nombres $C_0, C_1, C_2, \ldots, C_n$ sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique dont on précisera la raison.

   b) Calculer C_5.

   c) Calculer le chiffre d'affaire prévisible pour 2 005.
3. Déterminer pour quelle année on peut prévoir un chiffre d'affaires de 1 050 000 francs.

Exercice 7 : Détermination d'une suite arithmétique à partir de deux de ses termes

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_1 = 10$ et $u_{46} = 68,5$. Déterminer le premier terme u_0 et la raison r.

Exercice 8 : Suite : une application directe du cours

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par

$$u_0 = -5 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{5}{2}$$

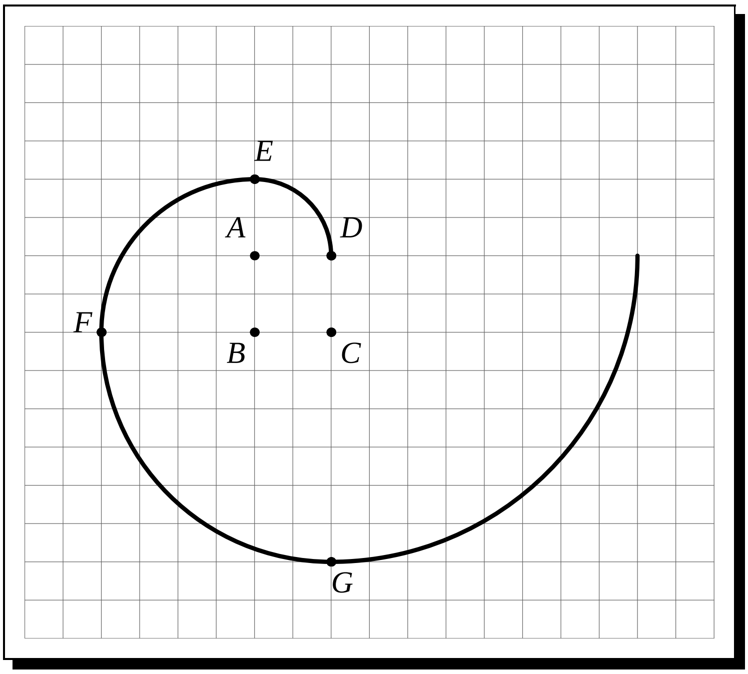
1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Préciser, en les justifiant, la nature et les caractéristiques de cette suite.
3. Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{117}.
4. Représenter graphiquement la suite (u_n).
5. Calculer $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{117}$. (Valeur exacte, puis valeur approchée à 10^{-3} près.)

Exercice 9 : La longueur de la spirale

Il existe de nombreux procédés de construction de spirales. En voici un parmi les plus simples :

1. Au centre d'une feuille de format A4 quadrillée, tracez comme il est indiqué ci-dessous un carré $ABCD$ dont chaque côté a pour longueur 1 cm, puis :
   - le quart de cercle DE centré en A
   - le quart de cercle EF centré en B
   - le quart de cercle FG centré en C

   etc…, jusqu'à obtenir une dizaine de quart de cercles centrés respectivement en A, B, C, D, A, B, C, D, etc…



2. On note $R_1, R_2, \ldots, R_n, \ldots$ les rayons successifs des quarts de cercle ainsi dessinés. On a $R_1 = 1$ avec l'unité choisie.
   a) Calculer R_2, R_3, R_4.
   b) Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n.
   c) Montrer que (R_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison. En déduire R_n en fonction de n.
3. On note L_n la longueur de la spirale comportant n quarts de cercle.
   a) Calculer L_1, L_2, L_3.
   b) Déterminer L_n en fonction de n.