

# Expressions rationnelles

## Exercice 1 : Équation rationnelle – étude de signe

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$\frac{2x-3}{x+1} = 4.$$

2. Étudier sur  $\mathbb{R}$  le signe de l'expression

$$d(x) = \frac{2x-3}{x+1} - 4.$$

## Exercice 2 : Équation rationnelle – étude de signe

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{x+6}.$$

2. Étudier sur  $\mathbb{R}$  le signe de l'expression

$$d(x) = \frac{1}{x} - \frac{x}{x+6}.$$

# Racine d'un polynôme – Factorisation

## Exercice 3 : Racine d'un polynôme

Le nombre  $-2$  est-il racine du polynôme

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 2 ?$$

## Exercice 4 : Égalité de polynômes

Existe-t-il un nombre réel  $a$  pour lequel les deux polynômes  $f$  et  $g$  définis par

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 8x - 10 \quad \text{et} \quad g(x) = (x-2)(2x^2 + ax + 5)$$

sont égaux ?

## Exercice 5 : Égalité de polynômes

1. Peut-on déterminer trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que les polynômes  $f$  et  $g$  définis par

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 14 \quad \text{et} \quad g(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$$

soient égaux ?

2. Même question avec les polynômes  $f$  et  $h$  définis par

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 14 \quad \text{et} \quad h(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

## Exercice 6 : Un polynôme de degré 3

On considère le polynôme  $P$  défini par

$$P(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1.$$

- Calculer  $P(-1)$ .
- En déduire une factorisation de  $P$  sous la forme

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

où  $Q(x)$  est un polynôme de degré 2 à déterminer.

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .