NOM : 1 gm$_2$ 8 avril 2004

Devoir surveillé n° 8

<u>durée</u> : 1h

Exercice 1 : (*10 points*) **Géométrie vectorielle**

Soit A, B, C trois points non alignés du plan.

1. Que dire du barycentre du système $\{(A, 2)(B, -2)\}$?

2. Soit I le barycentre du système $\{(A, 1)(B, 2)\}$.

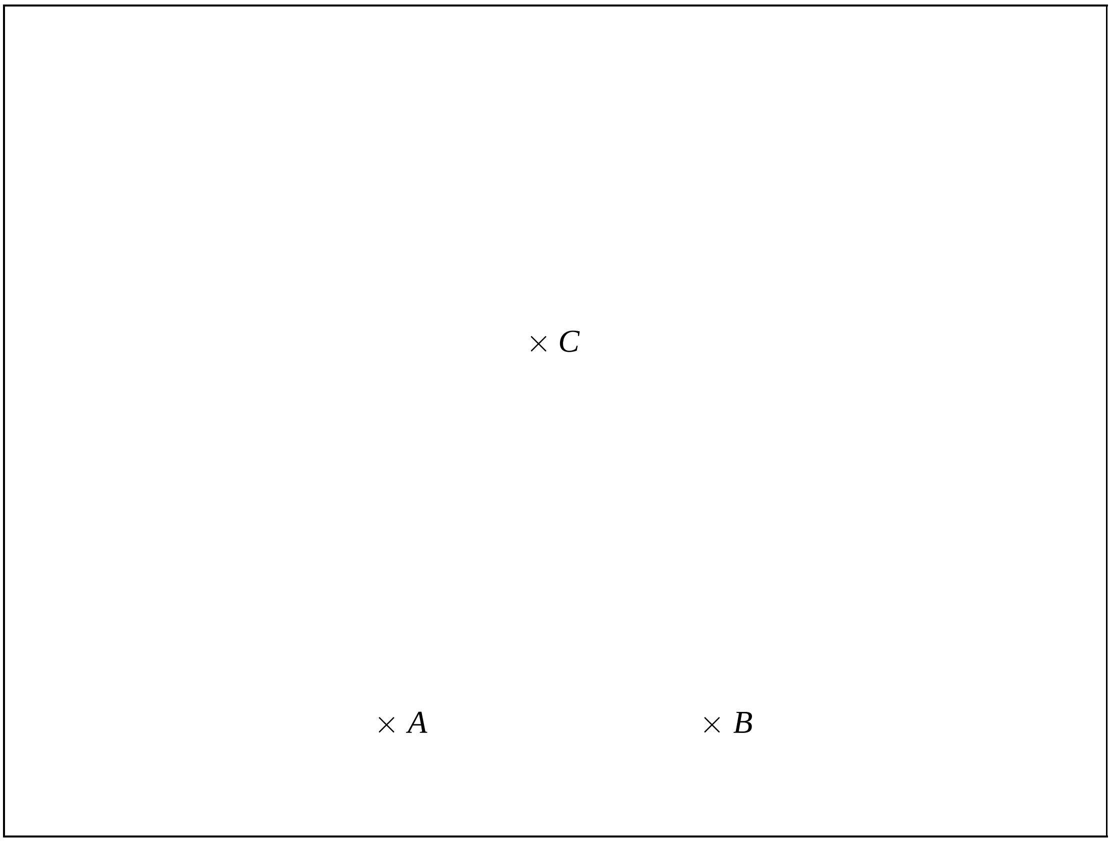
a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AI}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b) Construire le point I sur le graphique ci-dessous.

3. Soit J le barycentre du système $\{(I, 3)(C, 3)\}$.

a) Que peut-on dire du point J par rapport aux points I et C ?

b) Construire le point J sur le graphique ci-dessous.



4. Soit G le barycentre du système $\{(A, 1)(B, 2)(C, 3)\}$.

a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) Construire le point G sur le graphique ci-dessus.

5. Soit G' le barycentre du système $\{(A, 1)(B, -2)(C, 3)\}$.

a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG'}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Construire le point G' sur le graphique ci-dessus.

Exercice 2 : (*8 points*) **Une fonction rationnelle**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]+\infty, -1[\, \cup \,]-1, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2}{x+1} + x - 2$$

et on désigne par C_f sa courbe représentative.

1. *a*) Calculer la fonction dérivée f', et montrer que

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2}$$

b) Étudier le signe de f'. En déduire le tableau de variations de f.

2. Déterminer une équation de Δ, la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1

3. À l'aide d'une calculatrice, remplir le tableau suivant en calculant, pour chaque valeur donnée de x, une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(x)$.

x	$-\frac{9}{10}$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3	4	9	15
$f(x)$											

4. Tracer soigneusement, dans un même repère orthogonal, la droite Δ et la courbe C_f.

Exercice 3 : (*2 points*) **Les poids sont à déterminer**

On considère trois points A, B et G vérifiant la relation

$$2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}.$$

Déterminer deux constantes réelles α et β telles que G soit le barycentre du système $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$