Devoir surveillé n° 3

<u>durée</u> : 1h

Exercice 1 : (*15 points*) **intersection et positions relatives de deux courbes**

1. On vous donne ci-contre la représentation graphique d'une parabole. Une équation de cette courbe est donc

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs des constantes a, b et c.

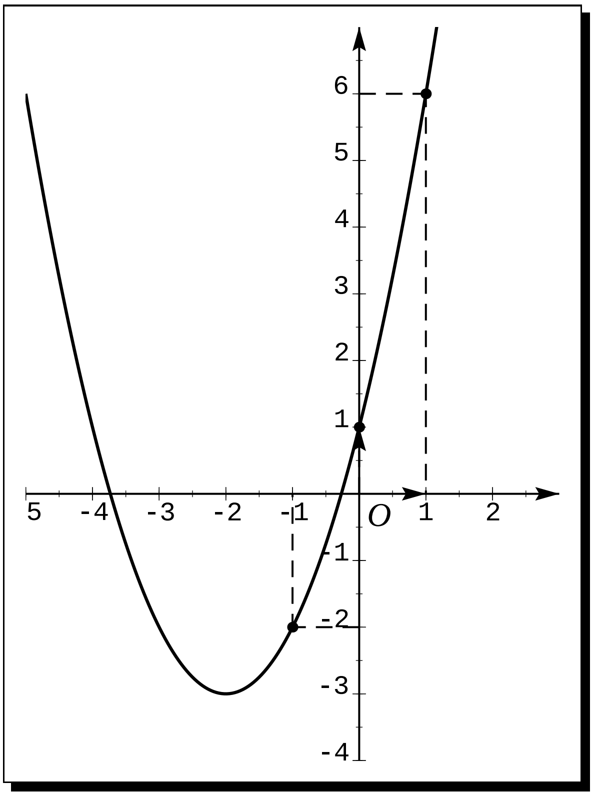
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 2x + 2.$$

Sur le graphique ci-contre, représenter C_g, la courbe représentative de la fonction g.

3. On considère C_f, la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 + 4x + 1.$$



a) Déterminer les points d'intersections de C_f avec les axes Ox et Oy.

b) On admet que C_f est la parabole représentée sur la figure ci-contre. Résoudre graphiquement l'équation

$$2x + 2 = x^2 + 4x + 1$$

(nombre de solution(s) et valeur approchée à 0,5 près de chacune).

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, par le calcul, l'équation $2x + 2 = x^2 + 4x + 1$.

d) Étudier le signe de $f - g$. En déduire les positions relatives des courbes C_f et C_g.

Exercice 2 : (*5 points*) **Résolution approchée d'équation**

On considère l'équation $(E) : x^3 - 12x + 7 = 0$.

Le but de cet exercice est de déterminer si cette équation admet des solutions sur $\mathbb{R}$, et d'en donner des valeurs approchées le cas échéant.

On introduit la fonction f, définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 12x + 7$, et on admet que le tableau de variations de cette fonction est le suivant :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
			23				$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-9		

1. Calculer $f(4)$ et $f(-4)$. En déduire, en le justifiant, le nombre de solutions de l'équation (E) sur $\mathbb{R}$.
2. Soit α, β et γ, les trois solutions réelles de l'équation (E). Donner, en le justifiant, un encadrement de d'amplitude 10^{-2} de chacune de ces solutions.