Étude d'une fonction rationnelle

Exercice : Étude d'une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3,3]$ par

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x^2+1}$$

et on note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm ou 2 grands carreaux).

1. Calculer f', la fonction dérivée de la fonction f, et vérifier qu"elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

2. Étudier le signe de la dérivée f' sur l'intervalle $[-3,3]$. En déduire le tableau de variation de la fonction f (en précisant les valeurs exactes des extrema).
3. Déterminer une équation de T, la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
4. On considère Δ, la droite d'équation $y = 1$. Déterminer les positions relatives de la droite Δ et de la courbe C_f.
5. Construire les droites T et Δ puis la courbe C_f.

Analyse (9) 1 gm_2 12 décembre 2003

Étude d'une fonction rationnelle

Exercice : Étude d'une fonction rationnelle

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3,3]$ par

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x^2+1}$$

et on note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm ou 2 grands carreaux).

1. Calculer f', la fonction dérivée de la fonction f, et vérifier qu"elle peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = \frac{-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

2. Étudier le signe de la dérivée f' sur l'intervalle $[-3,3]$. En déduire le tableau de variation de la fonction f (en précisant les valeurs exactes des extrema).
3. Déterminer une équation de T, la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
4. On considère Δ, la droite d'équation $y = 1$. Déterminer les positions relatives de la droite Δ et de la courbe C_f.
5. Construire les droites T et Δ puis la courbe C_f.