Équations différentielles d'ordre 1

Exercice 1 : Équations de la forme $y' = f(x)$

Résoudre les équations différentielles suivantes, où y désigne une fonction de la variable réelle x, déinie et dérivable de dérivée y' sur $\mathbb{R}$.

a) $y' = x - 2$ *b*) $y' = \sin 3x$ *c*) $y' = x^2 + x + 1$

Exercice 2 : Équations de la forme $y' = ay$

Résoudre les équations différentielles suivantes, où y désigne une fonction de la variable réelle x, déinie et dérivable de dérivée y' sur $\mathbb{R}$.

a) $y' - 2y = 0$ *b*) $y' + y = 0$ *c*) $y' = -\dfrac{y}{4}$

Exercice 3 : Équation différentielle d'ordre 1, avec condition initiale

1. Résoudre l'équation différentielle $2y' + y = 0.$

2. Déterminer la solution particulière f vérifiant $f(\ln 4) = 1$

Exercice 4 : La solution salée, bac F_1, *1993*

On considère la fonction m définie sur $[0, +\infty[$, qui à t associe $m(t)$, où $m(t)$ est la masse de sel, en grammes, que contient une « solution salée » (eau + sel) à l'instant t, t en minutes.

On admet que la fonction m est une solution de l'équation différentielle

$$(E) \qquad 5y' + y = 0$$

et que l'on a en plus la condition initiale $m(0) = 300$.

1. *a*) Résoudre l'équation différentielle (E).

b) Montrer que, pour tout $t \in [0, +\infty[$, on a

$$m(t) = 300e^{-\frac{t}{5}}$$

2. Déterminer le réel t_0 tel que $m(t_0) = 150$.

3. On admettra qu'il est impossible de détecter la présence du sel à l'instant t si, et seulement si, $m(t) \leqslant 10^{-2}$.

À partir de quel instant est-il impossible de détecter le présence de sel ?