

Devoir surveillé n° 4

durée : 1h

Exercice 1 : (20 points) Le second membre est constant**– Partie A –**

On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad y'' - 4y' + 3y = 3.$$

1. a) Résoudre l'équation différentielle

$$(E_0) \quad y'' - 4y' + 3y = 0.$$

b) Déterminer le nombre réel a tel que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = a$ soit une solution particulière de (E) .

c) En déduire la solution générale de (E) .

2. Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant les 2 conditions :

$$f(0) = -1 \quad \text{et} \quad f'(0) = 2.$$

– Partie B –

Dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 4 cm (ou 4 grands carreaux), on considère C_f , la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 1 + 2e^{3x} - 4e^x.$$

- Étudier le sens de variation de la fonction f .
- Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra mettre e^{3x} en facteur dans $f(x)$).
 - Montrer que la droite Δ d'équation $y = 1$, est asymptote à C_f . Étudier les positions relatives de C_f et Δ .
 - On note T la droite tangente à C_f au point d'abscisse 0. Calculer le coefficient directeur de T .
- Sur le même graphique, tracer les courbes Δ , T et C_f .