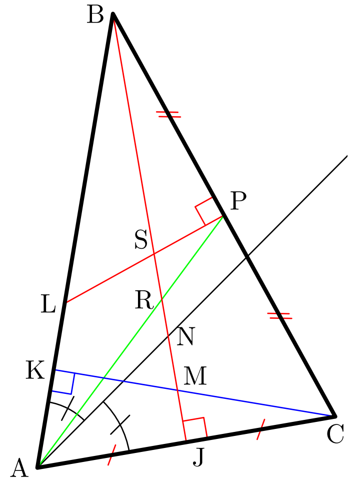
Correction du devoir sur les droites remarquables dans le triangle

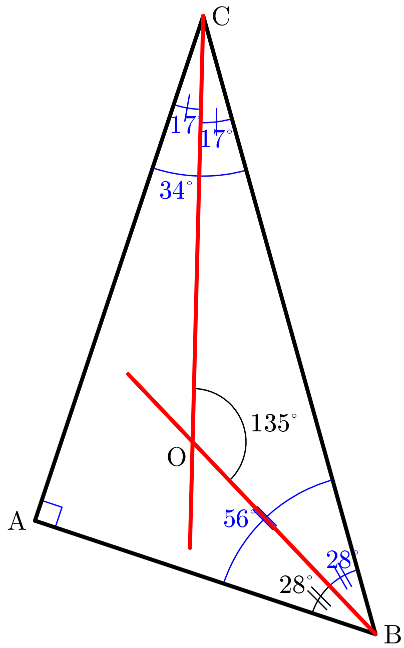
Exercice 1 *(sur 6 points)* Se repérer :



Le triangle ABC est <u>isocèle</u> en B. Complète les phrases suivantes :

- ⋆ Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est le point S.
- ⋆ Le centre du cercle inscrit au triangle ABC est le point N.
- ⋆ L'orthocentre du triangle ABC est le point M.
- ⋆ Le centre de gravité du triangle ABC est le point R.
- ⋆ Le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est SA, SB ou SC.
- ⋆ Un rayon du cercle inscrit au triangle ABC est NJ.
- ⋆ La distance du point S à la droite (BC) est la longueur SP.
- ⋆ La distance du point S à la droite (AC) est la longueur SJ.
- ⋆ La distance du point M à la droite (AB) est la longueur MK.
- ⋆ La distance du point L à la droite (BC) est la longueur LP.

Exercice 2 *(sur 7 points)* Calculer des angles :



Les bissectrices (BO) et (OC) des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ se coupent en O.

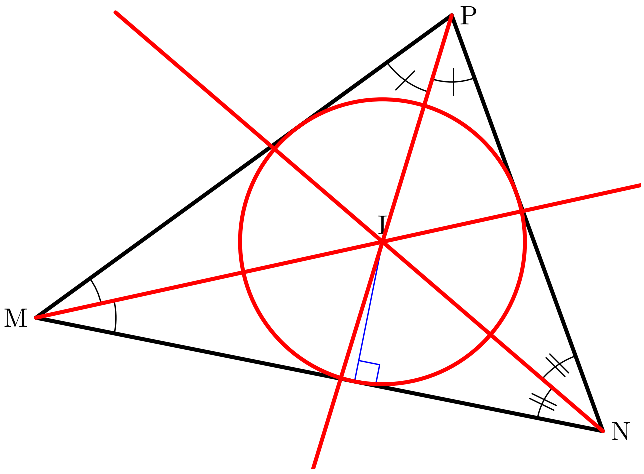
1°) Calculer la valeur des angles $\widehat{OBC}$, $\widehat{BCO}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. Justifier.
(BO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ donc elle coupe cet angle en deux angles égaux. Donc $\widehat{ABO} = \widehat{OBC} = 28°$
Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180° donc dans le triangle BOC on a : $\widehat{BCO} = 180 - (\widehat{BOC} + \widehat{OBC}) = 180 - (135 + 28)$ donc $\widehat{BCO} = 180 - 163 = 17$ soit $\widehat{BCO} = 17°$.
Comme (BO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ donc $\widehat{ABC} = 2 \times \widehat{ABO}$ soit $\widehat{ABC} = 2 \times 28 = 56°$. De même comme (CO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$ donc $\widehat{ACB} = 2 \times \widehat{BCO} = 2 \times 17 = 34°$.

2°) Calculer la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$. En déduire la nature du triangle ABC. Justifier. La somme des angles d'un triangle est égale à 180° donc dans le triangle ABC, on a : $\widehat{BAC} = 180 - (\widehat{ABC} + \widehat{BCA}) = 180 - (56 + 34) = 180 - 90 = 90°$. Le triangle ABC est donc rectangle en A.

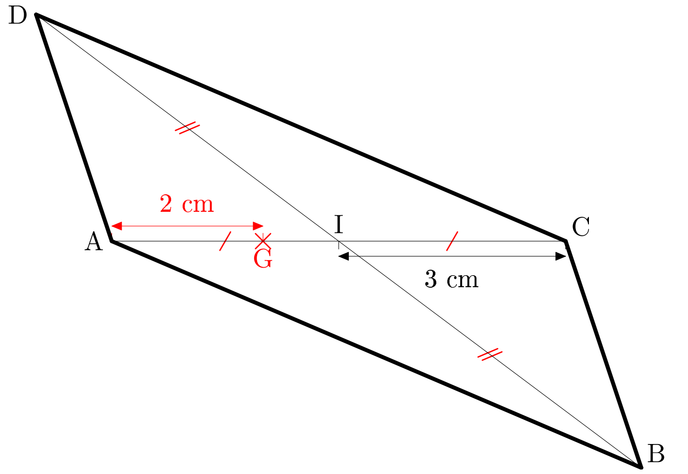
3°) Calculer la valeur de l'angle $\widehat{BAO}$ en justifiant les calculs. (AO) passe par un sommet et par l'intersection de deux bissectrices du triangle ABC, donc (AO) est la 3^e^ bissectrice du triangle d'où $\widehat{BAO} = \widehat{BAC} \div 2 = 90 \div 2 = 45°$.

Exercice 3 *(sur 7 points)* Tracé et calcul :

Trace le cercle inscrit du triangle MNP.



ABCD est un parallélogramme. <u>Sans tracer de droite</u>, place G, le centre de gravité du triangle ABD. Justifier.



ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu. D'où AI=IC=3 cm et I milieu de [BD]. [AI] est une médiane du triangle ABD car elle passe par le sommet A et par le milieu du coté opposé [BD]. De plus le centre de gravité d'un triangle se trouve au 2/3 de la longueur de la médiane à partir du sommet donc G est sur [AI] à 2 cm de A.