# 1 Fonctions linéaires

## 1.1 Vocabulaire

**Définition 1** *Soit $a$ un nombre quelconque « fixe ».*

*Une fonction* **linéaire** *associe à un nombre $x$ quelconque le nombre $a \times x$. $a$ s'appelle* le coefficient *de la fonction linéaire.*

*On note le plus souvent une fonction par une lettre, $f$ par exemple. On écrit alors $f(x) = ax$ et on lit $f$* de $x$ égal $a$ fois $x$. *$f(x)$ s'appelle* l'image de $x$ par la fonction $f$.

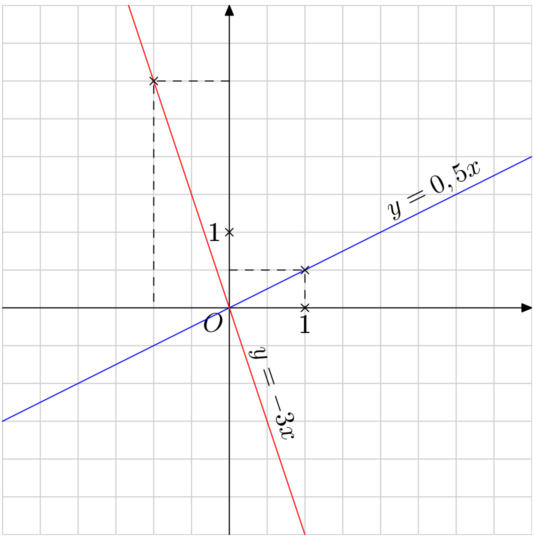
*On peut également noter la fonction sous la forme*

$$f : x \mapsto ax$$

## 1.2 Représentation graphique

**Propriété 1** *Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. On dira alors que $y = ax$ est* une équation *de la droite et que $a$ est le* coefficient directeur *de la droite.*

Exemples




*Représenter graphiquement les fonctions $f : x \mapsto 0.5x$ et $g$ définie par $g(x) = -3x$.*

$f$ est une fonction linéaire donc sa représentation graphique passe par l'origine du repère.
Je choisis $x = 1$, son image est $f(1) = 0,5 \times 1 = 0,5$. Je place le point de coordonnées $(1; 0,5)$.

$g$ est une fonction linéaire donc sa représentation graphique passe par l'origine du repère.
Je choisis $x = -1$, son image est $g(-1) = -3 \times (-1) = 3$. Je place le point de coordonnées $(-1; 3)$.

# 2 Fonctions affines

## 2.1 Vocabulaire

**Définition 2** *Soit $a$ et $b$ deux nombres quelconques « fixes ».*

*Une fonction* **affine** *associe à un nombre $x$ quelconque le nombre $a \times x + b$.*

*On note le plus souvent une fonction par une lettre, $f$ par exemple. On écrit alors $f(x) = ax + b$ et on lit $f$* de $x$ égal $a$ fois $x$ plus $b$. *$f(x)$ s'appelle* l'image de $x$ par la fonction $f$.

*On peut également noter la fonction sous la forme*

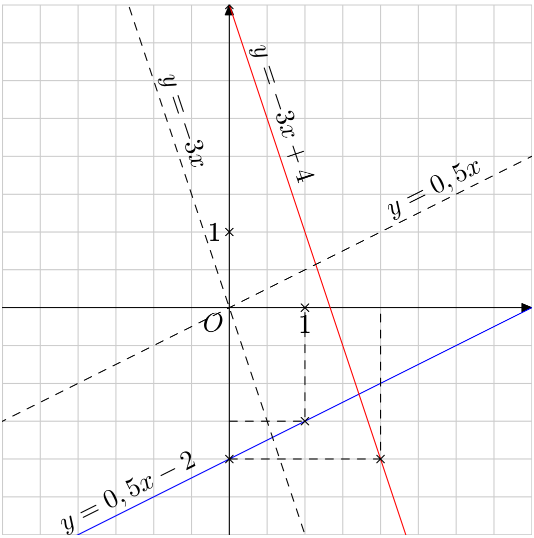
$$f : x \mapsto ax + b$$

Remarque : une fonction linéaire est un cas particulier d'une fonction affine avec $b = 0$.

## 2.2 Représentation graphique

**Propriété 2** *Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite passant par le point de coordonnées $(0; b)$ et parallèle à la représentation graphique de la fonction linéaire associée $g : x \mapsto ax$. On dira alors que $y = ax+b$ est* une équation *de la droite.*
*$a$ s'appelle* le coefficient directeur de la droite *et $b$ s'appelle* l'ordonnée à l'origine.

Exemples




*Représenter graphiquement les fonctions $f : x \mapsto 0.5x - 2$ et $g$ définie par $g(x) = -3x + 4$.*
$f$ est une fonction affine donc sa représentation graphique passe par le point de coordonnées $(0; -2)$.
Je choisis $x = 1$, son image est $f(1) = 0,5 \times 1 - 2 = -1,5$. Je place le point de coordonnées $(1; -1,5)$.

$g$ est une fonction affine donc sa représentation graphique passe par le point de coordonnées $(0; 4)$.
Je choisis $x = 2$, son image est $g(2) = -3 \times (2) + 4 = -2$. Je place le point de coordonnées $(2; -2)$.

## 3 Applications des fonctions linéaires

Une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité. Elle s'applique donc aux « pourcentages ».

**Propriété 3** – *Prendre $t\%$ d'un nombre $x$, c'est multiplier ce nombre $x$ par $\dfrac{t}{100}$.*

– *Augmenter un nombre $x$ de $t\%$, c'est multiplier ce nombre $x$ par $1 + \dfrac{t}{100}$.*

– *Réduire un nombre $x$ de $t\%$, c'est multiplier ce nombre $x$ par $1 - \dfrac{t}{100}$.*

## 4 Exercice

*Un opérateur téléphonique propose à ses clients trois formules de facturation mensuelle des communications.*

**Formule 1** *: 0,12€ la minute.*

**Formule 2** *: un abonnement fixe de 4,8€ et 0,04€ par minute.*

**Formule 3** *: un forfait de 10€ pour $3\,h$ de communications.*

**1/** *Calcule le montant des factures des communications selon les trois formules pour des durées de $35\,min$, de $1\,h\,20\,min$ et $2\,h\,45$* min.

On remarque que $1\,h\,20\,min = 80\,min$ et $2\,h\,45\,min = 165\,min$. On obtient le tableau suivant :

| | $35\,min$ | $1\,h\,20\,min$ | $2\,h\,45\,min$ |
|---|---|---|---|
| Formule 1 | $0,12 \times 35 = 4,2$ | $0,12 \times 80 = 9,6$ | $0,12 \times 165 = 19,8$ |
| Formule 2 | $0,04 \times 35 = 1,4$<br>$1,4 + 4,8 = 6,2$ | $0,04 \times 80 = 3,2$<br>$3,2 + 4,8 = 8$ | $0,04 \times 165 = 6,6$<br>$6,6 + 4,8 = 11,2$ |
| Formule 3 | 10 | 10 | 10 |

**2/** *Cette question a pour but de rechercher la formule la plus avantageuse selon la durée des communications téléphoniques comprises entre 0 et 3 heures.*

(a) *Soit $x$ la durée, en minutes, des communications.*

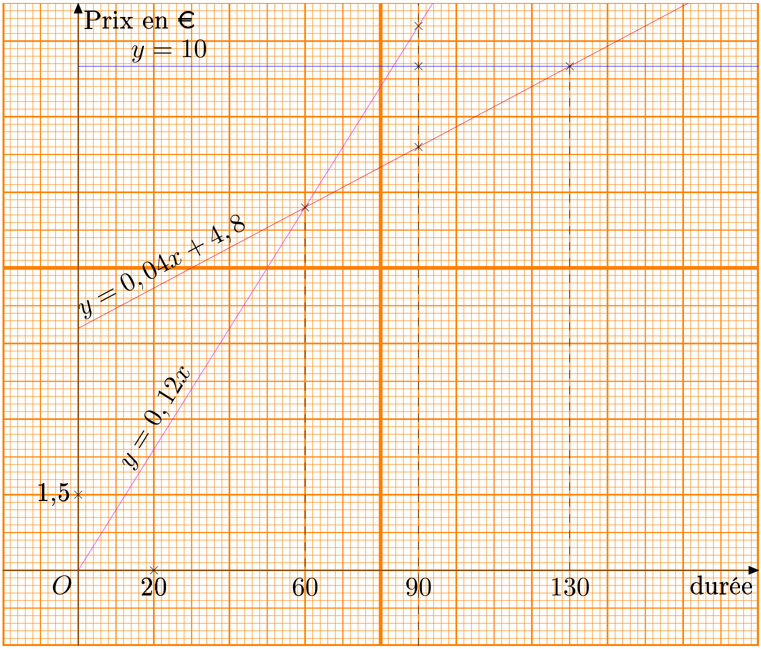
*Exprime, en fonction de $x$, le coût des communications selon les différentes formules ; on appellera $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ les prix obtenus en appliquant respectivement la formules 1, la formule 2 et la formule 3.*

On a donc :

- $f_1(x) = 0,12 \times x$.
- $f_2(x) = 0,04 \times x + 4,8$ (il ne faut pas oublier l'abonnement.)
- $f_3(x) = 10$ (on paie toujours la même chose quelque soit la durée de communications.)

(b) *Sur une feuille de papier millimétré, on considère un repère orthogonal. L'origine est placée en bas à gauche de la feuille. Sur l'axe horizontal, $1\,cm$ représente $20\,min$ ; sur l'axe vertical, $1\,cm$ représente 20€.*

*Trace les représentations graphiques de $f_1$, $f_2$ et $f_3$ en se limitant au cas où* $0 \leqslant x \leqslant 180$.




(c) *Utilise le graphique pour répondre aux questions suivantes :*

i. *Quelle est la formule la plus avantageuse pour* $1\,h\,30\,\text{min}$ *?* Regardons les points des 3 droites d'abscisse $90\,min$ : c'est la formule 2 qui est la plus avantageuse.

ii. *Pour quelle durée de communications les formules 1 et 2 ont-elles le même coût ?* On regarde l'abscisse du point d'intersection des droites représentant $f_1$ et $f_2$ : $60\,min$.

iii. *Pour quelles durées de communication la formule 3 est-elle la plus avantageuse ?* On regarde à partir de quelle durée la droite représentant $f_3$ est « en dessous » des deux autres droites : à partir de $130\,min$.

Remarque : Les résultats de la question 2c peuvent être retrouvés par le calculs.
- pour la question 2(c)i, en comparant $f_1(90)$, $f_2(90)$, $f_3(90)$ ;
- pour la question 2(c)ii, en résolvant l'équation $f_1(x) = f_2(x)$ ;
- pour la question 2(c)iii, en résolvant les inéquations $f_3(x) \leqslant f_1(x)$ et $f_3(x) \leqslant f_2(x)$.