Utilisation de *Maxima* pour la résolution du sujet 16 de l'épreuve expérimentale en Terminale S

1er juin 2007

Soit $f_k(x) = k\sqrt{x^2+9}+4-x$, $x \in [0;4]$, k étant un réel supérieur ou égal à 1.
Étudions la fonction f_2.
Déclarons que $x \in [0;4]$.

```
> assume(x<=4);
```

$$[x \leq 4]$$

```
> assume(x>=0);
```

$$[x \geq 0]$$

Déclarons f_2 et calculons sa dérivée.

```
> f(x):=2*sqrt(x^2+9)+4-x;
```

```
> a:diff(f(x),x);
```

$$\frac{2\,x}{\sqrt{x^2+9}} - 1$$

Essayons de factoriser $f'(x)$.

```
> factor(a);
```

$$-\frac{\sqrt{x^2+9}-2\,x}{\sqrt{x^2+9}}$$

Essayons de résoudre l'équation $\sqrt{x^2+9}-2x=0$ qui nous donnera les valeurs de x qui annulent la dérivée, restera alors à étudier le signe de celle-ci.

```
> g(x):=sqrt(x^2+9)-2*x;
```

```
> solve(g(x),x);
```

$$\left[x = \frac{\sqrt{x^2+9}}{2}\right]$$

Manifestement,il n'est pas possible de résoudre cette équation avec un radical. En remarquant que l'équation $\sqrt{x^2+9}-2x=0$ est équivalente à $\left(\frac{\sqrt{x^2+9}}{2}\right)^2 = x^2$, on peut alors trouver les solutions :

```
> h(x):=sqrt(x^2+9)/2;
```

```
> solve((h(x)*h(x))-x^2,x);
```

$$\left[x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}\right]$$

Nous travaillons sur l'intervalle $[0;4]$, donc, seule la solution $x = \sqrt{3}$ est à prendre en considération dans l'étude du signe de $f'(x)$.
Si l'on se souvient de ce que l'on a trouvé ici : `http://melusine.eu.org/syracuse/scilab/pscilab/sts/16/` on avait lu que f_2 atteint son minimum en une valeur proche de 1.75, la valeur exacte étant, on le sait maintenant $x_0 = \sqrt{3}$.