Une entreprise fabrique un objet $P$. $x$ étant le nombre d'objets $P$, exprimé en centaines, fabriqués par cette usine, $f(x)$ est leur coût total, exprimé en milliers d'euros.
On suppose que $x$ appartient à l'intervalle $[0;+\infty[$ et que $f(x) = 0.4x + e^{-0.4x+1}$.
Chaque objet est vendu 5 euros pièce.
On suppose que la fabrication est vendue dans sa totalité.

**1/** Exprimer la recette $R(x)$, en milliers d'euros, en fonction du nombre $x$ de centaines d'objets fabriqués.

**2/** Exprimer le bénéfice, noté $B(x)$, en milliers d'euros, en fonction de la quantité $x$ d'objets $P$ fabriqués et vendus.

**3/** Quel est, en euros, le bénéfice obtenu en fabricant 1000 objets ? On donnera une valeur arrondie à l'euro.

**4/** Étudier les variations de $B$ sur $[0;+\infty[$. Tracer la courbe représentative de B dans un repère orthogonal $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ pour $x \in [0;10]$.

**5/** Remarquer que l'équation B(x) = 0 admet une solution unique, notée $\mu$, appartenant à $[0;10]$. Donner une valeur approchée de $\mu$ à $10^{-3}$ près.

**6/** En déduire le nombre entier minimal d'objets P à produire pour que l'entreprise commence à gagner de l'argent

Commençons par définir la fonction $B$ qui donne le bénéfice réalisé pour la fabrication et la vente de $x$ centaines d'objets, $B : x \mapsto f(x) = 0.4x + e^{-0.4x+1}$.

```
> B(x):=0.1*x-EXP((-0.4)*x+1);
```

```
B(x):=0.1*x-EXP((-0.4)*x+1);
```

Calculons ensuite en euros le bénéfice obtenu pour 1000 objets. On doit donc calculer $B(10)$ puis le convertir en euros.

```
> B(10)*1000;
```

$$950.212931632136$$

Celà donne donc un bénéfice de 950 euros.
Pour étudier les variations de $B$ ,nous calculons donc sa dérivée sur $\mathbf{R}$.

```
> diff(B(x),x);
```

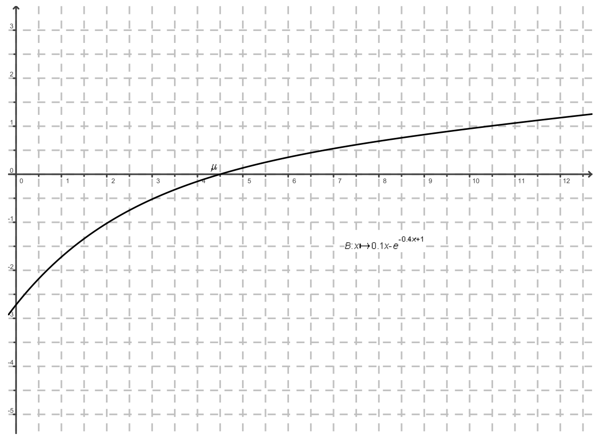
$$0.4\, e^{1-0.4\,x} + 0.1$$

Nous remarquons que cette dérivée est strictement positive sur $\mathbf{R}$, donc la fonction $B$ est strictement croissante.
Nous avons remarqué que $B(10)$ était positif. Calculons maintenant $B(0)$.

```
> float(B(0));
```

$$-2.718281828459045$$

Nous constatons que $B(0)$ est strictement négatif et $B(10)$ strictement positif, donc, puisque $B$ est strictement croissante sur $[0;10]$, l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique, notée $\mu$, dans $[0;10]$. Nous pouvons le constater en regardant la courbe représentative de $B$




Calculons une valeur approchée de $\mu$ à $10^{-3}$ près.Pour celà, on tape la commande *interpolate* .

```
> interpolate(B(x),x,0,10);
```

$$4.497601882929732$$

Nous en déduisons donc que l'entreprise commence à gagner de l'argent dès que $x$ est supérieur à $\mu$, ce qui correspond à la vente de 450 objets $P$ au moins.