

Le but de cet exercice est de calculer la valeur exacte de  $\sin 15^\circ$

Dans la figure ci-dessous qui n'est pas représentée en vraie grandeur,  $ABC$  est un triangle équilatéral de côté 2 cm pour lequel  $[AH]$  est une médiane,  $BCD$  est un triangle rectangle isocèle en  $D$ , et  $K$  est le pied de la hauteur issue de  $D$  dans le triangle  $ABD$ .

On admet que le point  $D$  appartient au segment  $[AH]$ .

1/ (a) Calcule les valeurs exactes des longueurs  $BD$ ,  $DH$ ,  $AH$  et  $AD$ .

(b) Dédus-en la valeur exacte de l'aire du triangle  $ABD$ .

2/ Dans cette question, on *n'utilisera pas* les résultats de la question 1.

(a) En justifiant ta réponse, donne la mesure de l'angle  $\widehat{ABD}$ .

(b) Démontre que  $KD = \sqrt{2} \times \sin 15^\circ$ .

(c) Dédus de la question précédente, l'expression de l'aire du triangle  $ABD$  en fonction de  $\sin 15^\circ$ .

3/ Démontre que  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

