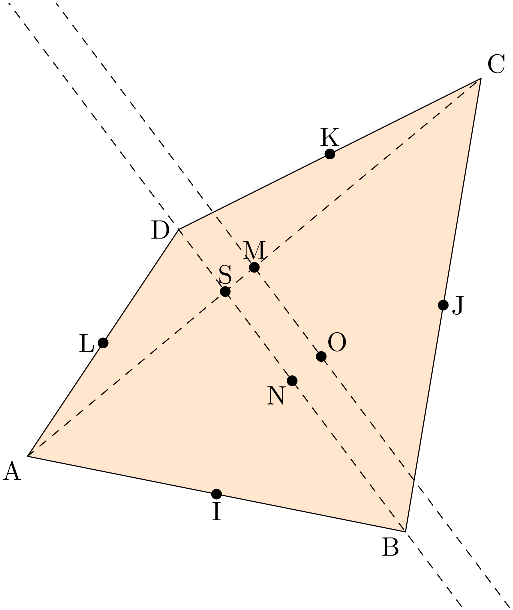
(★ ★ ★ ★ ★)



On considère un quadrilatère $ABCD$; I, J, K, L, M et N désignent les milieux respectivement de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$, $[AC]$ et $[BD]$. On désigne par S le point d'intersection des diagonales et par O le point tel que $MSNO$ est un parallélogramme.

1/ Compare les aires des triangles OIL et MIL, puis celles des quadrilatères $OIAL$ et $MIAL$.
On remarquera que O et M sont sur une droite parallèle à (IL).

2/ (a) Montre que le quadrilatère $AIML$ est une réduction de coefficient $\dfrac{1}{2}$ du quadrilatère $ABCD$.

(b) Exprime l'aire du quadrilatère $OIAL$ en fonction de celle du quadrilatère $ABCD$.

3/ Déduis-en le résultat suivant :

Les quatre quadrilatères $OIAL$, $OLDK$, $OKCJ$ et $OJBI$ ont des aires égales.